$\Leftrightarrow 4 - z - \bar{z} = 0.$

Conclusion : $\Delta = \{M(z) \in P$ tel que $4 - z - \bar{z} = 0\}$.

2)a- $\overline{z'} = \overline{\left(\frac{4 - z\bar{z}}{4 - z - \bar{z}}\right)} = \frac{4 - \bar{z}\,\overline{z}}{4 - \bar{z} - \overline{\bar{z}}} = \frac{4 - \bar{z}z}{4 - \bar{z} - z} = z'$ car $\overline{\bar{z}} = z$

$\overline{z'} = z' \Rightarrow z'$ est un nombre réel .

b- Posons $z = x + iy$ avec $(x, y) \in IR^2$. Soit $k \in IR\backslash\{2\}$

$$M(z) \in (\Gamma) \Leftrightarrow z' = k \Leftrightarrow \frac{4 - (x - iy)(x + iy)}{4 - (x + iy) - (x - iy)} = k$$

$$\Leftrightarrow \frac{4 - x^2 - y^2}{4 - 2x} = k \Leftrightarrow 4 - x^2 - y^2 = -2kx + 4k$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2kx + 4k - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - k)^2 + y^2 = k^2 - 4k + 4$$

$$\Leftrightarrow (x - k)^2 + y^2 = (k - 2)^2$$

$\Leftrightarrow M \in$ au cercle de centre $\Omega(k, 0)$ et de rayon $|k - 2|$.

3)a- Posons $z = x + iy$ avec $(x, y) \in IR^2$ et $x \neq 2$.

$$\cdot\ |z' - z| = \left|\frac{4 - z\bar{z}}{4 - z - \bar{z}} - z\right| = \left|\frac{4 - z\bar{z} - 4z + z^2 + z\bar{z}}{4 - z - \bar{z}}\right|$$

$$= \left|\frac{4 - 4z + z^2}{4 - z - \bar{z}}\right| = \left|\frac{(z - 2)^2}{4 - z - \bar{z}}\right| = \frac{|z - 2|^2}{|4 - z - \bar{z}|}$$

$$\cdot\ |z' - 2| = \left|\frac{4 - z\bar{z}}{4 - z - \bar{z}} - 2\right| = \left|\frac{4 - z\bar{z} - 8 + 2z + 2\bar{z}}{4 - z - \bar{z}}\right|$$

$$= \left|\frac{-z\bar{z} - 4 + 2z + 2\bar{z}}{4 - z - \bar{z}}\right| = \left|\frac{-(z - 2)(\bar{z} - 2)}{4 - z - \bar{z}}\right|$$

$$= \frac{|z - 2||\bar{z} - 2|}{|4 - z - \bar{z}|} = \frac{|z - 2|^2}{|4 - z - \bar{z}|} \quad \text{car } |\bar{z} - 2| = |z - 2|.$$

Conclusion : $|z' - z| = |z' - 2|$

b- Soit $M \in P\backslash\Delta$.

$* |z'-z| = |z' - 2| \Leftrightarrow MM' = M'A \Leftrightarrow M' \in$ mediatrice de $[AM]$ (1)

$*$ z' esr un réel $\Leftrightarrow M' \in$ l'axe des abscisses (2).

(1) et (2) $\Rightarrow M'$ est l'intersection de la médiatrice de $[AM]$ avec l'axe des abscisses .

4)

$\cdot M' \in$ médiatrice de $[AM]$

$\Rightarrow M'M = M'A.$ (3)

$\cdot M'' = S_{(AM)}(M') \Rightarrow M''M = M'M$ et $M''A = M'A$ (4)

(3) et (4) $\Rightarrow MM'AM''$ est un losange.

$\Rightarrow M''A = M''M$ et $(AM')//(M''M)$

$\cdot$ A et M' sont dans l'axe des abscisses qui est perpendiculaire